

## Zur Schalenstabilität von Sandwichzylindern (Teil 1: Theorie)

P. Schaumann, C. Keindorf, H. M. Knorr

**Zusammenfassung** Als Alternative zu einer stählernen Kreiszylinderschale wurde ein Sandwichzylinder im Hinblick auf die Schalenstabilität untersucht. Die Sandwichschale bestand dabei aus einem inneren und einem äußeren Stahlrohr, die mit einem dazwischen liegenden Kernschichtmaterial verbunden waren. Als Verbundwerkstoffe kamen zwei unterschiedliche Vergussmörtel und ein Elastomer zum Einsatz. Anhand von linearen Beulanalysen wurde zunächst im Teil 1 die Anwendbarkeit einer Schalentheorie für laminierte Kreiszylinderschalen für den vorliegenden Verbundtyp überprüft. Die Ergebnisse zeigen eine deutliche Steigerung der Schalenstabilität für Sandwichzylinder, wobei die inneren und äußeren Stahlrohre bis zur Streckgrenze beansprucht werden können, wenn eine entsprechende Kernschichtdicke vorliegt. Die Füllmaterialien übernahmen dabei die Funktion einer vollflächigen Aussteifung und bewirkten eine Erhöhung der idealen Beulspannung. Die Schalenstabilität kann zusätzlich zur Variation der Kernschichtdicke auch durch dessen E-Modul optimiert werden. Aufgrund der erzielten plastischen Tragfähigkeiten ist prinzipiell auch die Kombination mit höherfesten Stählen denkbar, wodurch hinsichtlich der Schalenstabilität eine optimierte und hinsichtlich dem Materialeinsatz eine leichte Schalenkonstruktion möglich ist. Im 2. Teil wird das Thema zur Stabilität von Sandwichzylindern mit den Erläuterungen zu experimentellen Untersuchungen fortgesetzt.

### Stability of cylindrical sandwich shells (part 1: theory)

**Abstract** Alternatively to a cylindrical steel shell a sandwich shell was analyzed with regard to the stability. The sandwich shell consists of an inner and outer steel face, which are bonded adhesively to different core materials between them. Two grout and one elastomer core were investigated in this study. In comparison with linear buckling analyses the validity of a laminate composites shell theory was proven in part 1. The results showed a significant increase in shell stability for sandwich cylinders where the inner and outer steel faces were loaded up to the yield stress considering an optimized core thickness. In this case the core materials operated as full laminar stiffening and led to an increase of ideal buckling stresses. The shell stability can be optimized with the E-Modul of the core material additionally to the variation of core thickness. Due to the reached plastic buckling loads the combination of high strength steels is in principle possible to get shell constructions which will be optimized with regard to stability and weight. The theoretical investigations for the stability of sandwich cylinders will be continued with experimental investigations including axial compression tests in part 2.

### 1. Motivation

In vielen Bereichen des Bauingenieurwesens findet die Kreiszylinderschale ihre Anwendung als tragendes Bauelement. Vor allem im Stahlbau zeichnet sich dieses Schalentragwerk durch eine höhere Beullast im Vergleich zum Vollstab oder Plattenstab bei gleichem Materialeinsatz aus [1]. Jedoch ist bei stählernen Kreiszylinderschalen neben dem Stabilitätsproblem des Stabknickens auch das Schalenbeulen zu beachten. Im Gegensatz zum Plattenbeulen verläuft diese Art des Stabilitätsversagens meistens bösartig, weil plötzlich große Verformungen rechtwinklig zur Schalenwandung zu einem deutlichen Abfall der Traglast führen können. In den letzten Jahrzehnten ist das Wissen über das Tragverhalten von Kreiszylinderschalen und insbesondere über das Schalenbeulen stark angestiegen. Sowohl auf nationaler als auch auf europäischer Ebene

sind die gewonnenen Erkenntnisse in normative Regelungen zur Bemessung von stählernen Schalentragwerken eingeflossen [2][3][4].

Seit jeher ist es die Intention von Bauingenieuren, Tragfähigkeitsteigerungen von Konstruktionen zu erzielen, die wenn möglich sogar mit gleichzeitigen Gewichtseinsparungen verbunden sind. Im Hinblick auf die axial belastete stählerne Kreiszylinderschale liegt zunächst die Option nahe, höherfeste Stähle einzusetzen. Doch der Vergleich in Tabelle 1 bezüglich der Beullasten nach DIN 18800-4 zwischen einem Zylinder aus S235 und einem aus S460, bei dem die Wanddicke entsprechend dem Streckgrenzenverhältnis ( $235/460 = 0.51$ ) abgemindert wurde, zeigt, dass allein der Einsatz höherfester Stähle nicht zum Ziel führt. Die Abmessungen für den Stahlzylinder mit S235 entsprechen dem eines Prüfkörpers, der im Rahmen der Beulversuche (Teil 2) mit getestet wurde.

Parameter	Einheit	S235	S460
E-Modul	[N/mm <sup>2</sup> ]	210 000	
Länge l	[mm]	700	
Radius r	[mm]	72.55	
Dicke t	[mm]	0.70	0.36
Streckgrenze $f_{v,k}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	235	460
Ideale Beulsp. $\sigma_{xSi}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	1152	615
Ideale Beullast $N_{xSi}$	[kN]	368	98
Abminderung $\kappa_2$	[-]	0.81	0.43
Reale Beulsp. $\sigma_{xS,R,k}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	191	196
<b>Reale Beullast <math>N_{xS,R,k}</math></b>	<b>[kN]</b>	<b>61</b>	<b>31</b>

Tabelle 1. Vergleich der Beullasten  
Table 1. Comparison of buckling loads

Es ist anzumerken, dass diese geringe Wanddicke von 0.7 mm gewählt wurde, damit eine hohe Schlankheit vorliegt (elastisches Schalenbeulen). Ein S460-Zylinder wurde bislang nicht getestet, sodass die Wanddicke rein theoretisch gemäß dem Streckgrenzenverhältnis abgemindert für den Vergleich angesetzt wurde. Unter Berücksichtigung gleicher Randbedingungen (RB1 am Zylinderfuß und RB2 am Zylinderkopf) ist die reale Beullast vom S460-Zylinder mit 31 kN nahezu nur noch halb so groß wie die vom Stahlzylinder mit S235. Dabei sinkt die Auslastung bezogen auf die charakteristische Streckgrenze von 81% auf 43%. Der Einsatz eines höherfesten Stahls würde in diesem Fall keinerlei Vorteile hinsichtlich der Tragfähigkeit ergeben, weil durch den Nachweis gegen Schalenbeulen die Streckgrenze zu stark abgemindert werden muss.

Um dennoch die sich aus dem Einsatz höherfester Stähle ergebenden Steigerungen der Festigkeiten und Reduktionen der Massen nutzen zu können, bietet sich ein Sandwichzylinder, wie in Bild 1 dargestellt, an.

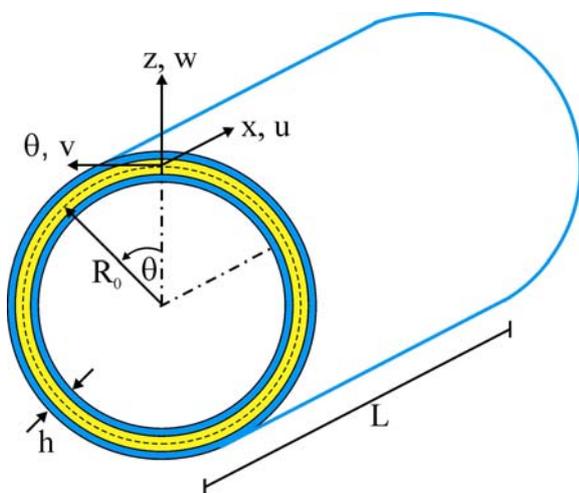


Bild 1. Geometrie eines Sandwichzylinders  
Fig. 1. Geometry of a sandwich shell

Solche doppelwandigen Stahlrohrkonstruktionen beinhalten eine vollflächige Aussteifung zwischen dem inneren und äußeren Stahlrohr. Als Kernschichtmaterial sind zum Beispiel Vergussmörtel oder Elastomere denkbar, die sich injizieren lassen und einen Reibungsverbund mit der Stahloberfläche eingehen. Diese Oberflächen sollten vorher sandgestrahlt werden, um die Haftreibung zu erhöhen. Neben den möglichen Vorteilen hinsichtlich Stabilität und Tragfähigkeit können sich bei einer sinnvollen Kombination der Werkstoffe auch positive Effekte in Bezug auf das Ermüdungs- und Schwingungsverhalten ergeben.

Es wird darauf hingewiesen, dass der im Rahmen dieses Beitrags verwendete Begriff des Sandwichzylinders streng genommen nicht der Bedeutung eines Sandwichelementes entspricht. Ein Sandwichelement, mit zwei äußeren Stahlblechen und einer dazwischen liegenden Kernschicht, wird vorwiegend für biegebeanspruchte Konstruktionen eingesetzt, wobei das eine Deckblech Druckkräfte und das andere Blech Zugkräfte aufnimmt. Die innen liegende Kernschicht stellt dabei den Verbund zwischen den Stahlblechen her und wird auf Schub belastet. Es stellt sich somit der bekannte Sandwicheffekt ein [5] [9]. Im Gegensatz dazu sind bei den hier axial beanspruchten Sandwichzylindern alle drei Schichten global mit einer Druckspannung behaftet. Allerdings kann sich bei Verformungen rechtwinklig zur Schalenebene, wie sie im Beulfall auftreten, ein lokaler Sandwicheffekt einstellen. Solange die Haftung der Kernschicht gewährleistet ist, sind dadurch Steigerungen hinsichtlich der Beullast möglich.

In den folgenden Kapiteln wird zunächst die Anwendbarkeit einer Schalentheorie für den vorliegenden Konstruktionstyp überprüft. Anschließend folgen die Erläuterungen zum Aufbau eines Versuchsstandes, mit dem Axialdruckversuche an Sandwichzylindern durchgeführt worden sind. Zusätzlich findet eine Gegenüberstellung zu ebenfalls axial getesteten Stahlzylindern statt. Des Weiteren wird erläutert, wie mit Hilfe von optischen Messtechniken die geometrischen Imperfektionen erfasst und anschließend über eine Schnittstelle in FE-Modelle importiert worden sind, um mit realen Vorverformungen numerische Beullasten ermitteln zu können.

## 2. Schalentheorie für Sandwichzylinder

Die Stabilität gegen Schalenbeulen wird basierend auf Theorien für laminierte Kreiszylinderschalen untersucht, um später gegebenenfalls

auch Effekte infolge Anisotropie und Asymmetrie zur Schalenmittelebene berücksichtigen zu können. Die Theorien für diese Verbundschalenstrukturen (composite shells) können in zwei Kategorien eingeteilt werden. Die erste ist die klassische Verbundschalentheorie mit Berücksichtigung der Love-Hypothesen. Die zweite Theorie schließt zusätzliche Effekte aus Schubdeformationen mit ein. Ein Überblick über die entwickelten Theorien geben Kapania in [6] und Vinson in [7]. Im Folgenden werden für die hier behandelten Sandwichzylinder die theoretischen Formulierungen der klassischen Verbundschalentheorie ohne Berücksichtigung von Schubverformungen verwendet.

Das Bild 1 zeigt die Geometrie eines Sandwichzylinders mit der Länge  $L$ , der Schalendicke  $h$  und dem mittleren Radius  $R_0$ . Die Verformungen  $u$ ,  $v$ ,  $w$  sind auf Grundlage des zylindrischen Koordinatensystems  $(x, \theta, z)$  definiert. Als Referenzfläche wird die mittlere Ebene der Kreiszyklinderschale verwendet, die im symmetrischen Fall der Mittelfläche der Kernschicht entspricht. Somit wird diese als Layer 0 mit der Schichtdicke  $t_0$  festgelegt. Die Bezeichnungen für die anderen Layer (Stahlrohre innen und außen) sind Bild 2 zu entnehmen.

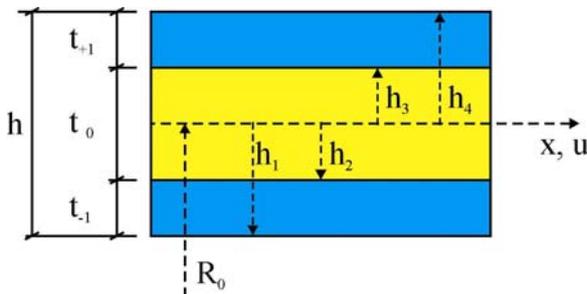


Bild 2. Querschnitt mit Layer-Definitionen der Sandwichschale

Fig. 2. Cross sectional with nomenclature of cylindrical composite shell

Den theoretischen Ansätzen liegen die Hypothesen von Love zu Grunde.

$$\sigma_z = \varepsilon_z = \varepsilon_{zx} = \varepsilon_{z\theta} = 0 \quad (1)$$

$$u_{tot} = u_0(x, \theta) + \beta_x(x, \theta) \cdot z \quad (2)$$

$$v_{tot} = v_0(x, \theta) + \beta_\theta(x, \theta) \cdot z \quad (3)$$

$$w = w(x, \theta) \quad (4)$$

Dabei gehören die Verformungen  $u_0$  und  $v_0$  zur Referenzfläche bei  $z = 0$ . Die Parameter  $\beta_x$  und  $\beta_\theta$  sind die Neigungskoeffizienten entsprechend den jeweiligen Koordinatenachsen. Für einen elastischen Körper liegt die allgemeine Span-

nungs-Dehnungsbeziehung  $\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl}$  vor.

Bei Annahme eines orthogonal anisotropen Materials und wegen der Symmetrie des Spannungs- und Dehnungstensors vereinfacht sich der Elastizitätstensor mit  $C_{ij} = C_{ji}$  zu:

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2C_{66} \end{bmatrix} \quad (5)$$

In Abhängigkeit von den elastischen Konstanten  $E$ ,  $G$  und  $\nu$  ergeben sich je Layer die Werte des Elastizitätstensors wie folgt:

$$C_{11} = E_{11} \cdot (1 - \nu_{23}\nu_{32}) / \Delta \quad (6)$$

$C_{22}$  und  $C_{33}$  analog

$$C_{12} = E_{11} \cdot (\nu_{21} + \nu_{31}\nu_{23}) / \Delta \quad (7)$$

$C_{13}$  und  $C_{23}$  analog

$$C_{44} = G_{23}, \quad C_{55} = G_{13}, \quad C_{66} = G_{12} \quad (8)$$

$$\text{mit } \Delta = 1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{13}\nu_{31} - 2 \cdot \nu_{12}\nu_{23}\nu_{13}$$

Um die räumliche Orientierung der einzelnen Verbundschichten berücksichtigen zu können (ist hier nicht der Fall, aber z.B. bei Faserverbunden [11]), wird der jeweilige Elastizitätstensor mit der Transformationsmatrix  $T$  und dem Faserwinkel  $\alpha$  nach [8] multipliziert. Als Ergebnis liegt anschließend die reduzierte transformierte Steifigkeitsmatrix je Layer  $k$  vor:

$$\overline{C}^k = T^{-1} C^k \cdot T \quad (9)$$

Damit können die Matrizen für die Dehnsteifigkeit  $A_{ij}$ , und die Biegesteifigkeit  $D_{ij}$  sowie die Koppelungsmatrix  $B_{ij}$  aufgestellt werden:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N \overline{C}_{ij}^k \cdot (h_k - h_{k-1}) \quad (10)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \overline{C}_{ij}^k \cdot (h_k^2 - h_{k-1}^2) \quad (11)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N \overline{C}_{ij}^k \cdot (h_k^3 - h_{k-1}^3) \quad (12)$$

Für ein finites Element einer Sandwichschale werden die resultierenden Kräfte und Momente wie folgt definiert:

$$(N_x, N_\theta, N_{x\theta}) = \int_{-h/2}^{+h/2} (\sigma_x, \sigma_\theta, \sigma_{x\theta}) dz \quad (13)$$

$$(M_x, M_\theta, M_{x\theta}) = \int_{-h/2}^{+h/2} (\sigma_x, \sigma_\theta, \sigma_{x\theta}) \cdot z dz \quad (14)$$

Letztendlich liegen als Ergebnis die konstitutiven Gleichungen, wie in [7], für die Kreiszylinderschale in Sandwichbauweise vor:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_\theta \\ N_{x\theta} \\ M_x \\ M_\theta \\ M_{x\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 2A_{16} & B_{11} & B_{12} & 2B_{16} \\ A_{21} & A_{22} & 2A_{26} & B_{12} & B_{22} & 2B_{26} \\ A_{61} & A_{62} & 2A_{66} & B_{16} & B_{26} & 2B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & 2B_{16} & D_{11} & D_{12} & 2D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & 2B_{26} & D_{12} & D_{22} & 2D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & 2B_{66} & D_{16} & D_{26} & 2D_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_\theta^0 \\ \varepsilon_{x\theta}^0 \\ \kappa_x^0 \\ \kappa_\theta^0 \\ \kappa_{x\theta}^0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Die Normalkräfte werden durch Multiplikation der Dehnsteifigkeitsmatrix  $A_{ij}$  mit den Dehnungskomponenten der Referenzfläche ( $z = 0$ ) ermittelt. Mit Hilfe der Koppelungsmatrix  $B_{ij}$  wird zusätzlich der Einfluss der Momente auf die Dehnungsanteile berücksichtigt, die jedoch nur bei Asymmetrie der Sandwichschale zur Mittelebene auftreten. Analog würde  $B_{ij}$  dann die Krümmungsanteile mit den Normalkräften in Relation setzen. Die Biegesteifigkeitsmatrix  $D_{ij}$  stellt den Bezug zwischen Krümmungen und Momenten des finiten Schalenelements her.

### 3. Lineare Beulanalysen

Es wird zunächst das Schalenbeulen infolge Axialdruck ( $N_x$ ) für eine Sandwichschale untersucht, die eine Symmetrie zur Mittelebene aufweist ( $B_{ij} = 0$ ). Für die Kernschichtmaterialien werden isotrope Materialeigenschaften vorausgesetzt. Damit vereinfacht sich für reinen Axialdruck Gl. 15 weiter, da

$$N_\theta = N_{x\theta} = M_x = M_\theta = M_{x\theta} = 0$$

ist. In diesem Fall kann nach [7] die kritische Beullast wie folgt ermittelt werden:

$$N_{x,Rcr} = \frac{\pi^2 m^2 D_{11}}{L^2} \left( 1 + 2 \frac{D_{12}}{D_{11}} \beta^2 + \frac{D_{22}}{D_{11}} \beta^4 \right) + \frac{\gamma^2 L^2}{\pi^2 m^2 R_0^2} \left( \frac{A_{11} A_{22} - A_{12}^2}{A_{11} + \left( \frac{A_{11} A_{22} - A_{12}^2}{A_{66}} - 2A_{12} \right) \beta^2 + A_{22} \beta^4} \right)$$

$$\text{mit } \beta = \frac{nL}{\pi R_0 m} \text{ u. } \gamma = 1 - 0,901 \cdot (1 - e^{-\phi}) \quad (16)$$

$$\phi = \frac{1}{29,8} \cdot \left[ \frac{R_0}{\sqrt[4]{\frac{D_{11} D_{22}}{A_{11} A_{22}}}} \right]^{0,5}$$

Durch Variation der Halbwellen  $m$  in Axialrichtung und Vollwellen  $n$  in Umfangsrichtung kann für  $N_{x,Rcr}$  bzw.  $\sigma_{x,Rcr}$  ein absolutes Minimum gefunden werden, das die maßgebende kritische Beullast infolge Axialdruck darstellt.

In Bild 3 sind z.B. die Kurvenverläufe der idealen Beulspannungen für  $m = 1$  bis 20 in Abhängigkeit von den Vollwellen  $n$  in Umfangsrichtung dargestellt. Als Berechnungsgrundlage dient ein Sandwichzylinder S235 mit Elastomerkern, für den die Abkürzung SES (Stahl-Elastomer-Stahl) verwendet wird. Die Sandwichzylinder mit Vergussmörtel (Grout) werden im Folgenden mit SGS (Stahl-Grout-Stahl) bezeichnet. Die Wanddicken betragen in diesem theoretischen Fall  $t_{-1}/t_0/t_{+1} = 0.35/1/0.35$  mm.

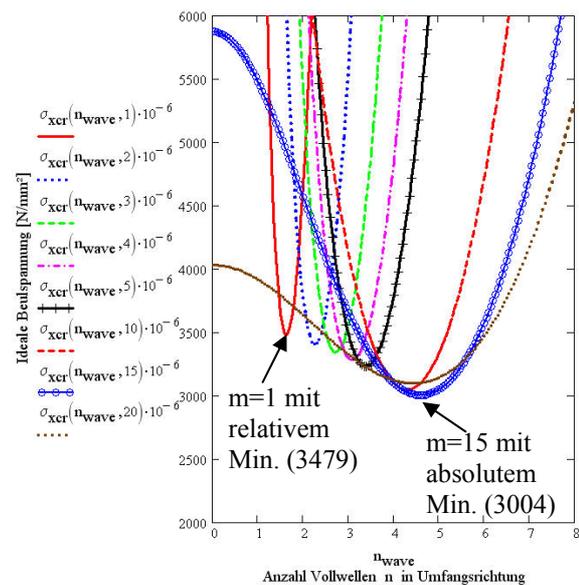


Bild 3. Beulkurven für einen Sandwichzylinder S235 mit Elastomerkern (SES)

Fig. 3. Buckling curves for a sandwich cylinder S235 with an elastomer core (SES)

Anhand der Kurvenverläufe ist ersichtlich, dass es für jeden Wert von  $m$  ein relatives Minimum gibt. Zum Beispiel beträgt für eine Halbwelle in Axialrichtung ( $m = 1$ ) die ideale Beulspannung  $3479 \text{ N/mm}^2$ . Das absolute Minimum von  $3004 \text{ N/mm}^2$  wird bei der Kombination  $m = 15$  und  $n = 5$  erreicht. Beulkurven mit Halbwellenzahlen  $m > 15$  besitzen wiederum größere Beulspannungen. Zum Beispiel liegt das relative Minimum für  $m = 20$  bei  $3098 \text{ N/mm}^2$ . Als untere Grenzlinie würde sich insgesamt eine Girlandenkurve ergeben.

Um die Anwendbarkeit der klassischen Verbundschalentheorie überprüfen zu können, wurden im Rahmen einer Parameterstudie die idealen Beulspannungen für SES und SGS mit numerischen Ergebnissen verglichen. Für den Vergussmörtel wurden laut Herstellerangaben ein E-Modul von  $E_0 = 33800 \text{ N/mm}^2$  sowie eine Querdehnzahl  $\nu_0 = 0.20$  angesetzt. Der E-Modul des Elastomerkerns ist temperaturabhängig und beträgt nach [10] bei Raumtemperatur  $E_0 = 870 \text{ N/mm}^2$ . Die Querdehnzahl von  $\nu_0 = 0.36$  ist ebenfalls in [10] mit angegeben. Im Rahmen der Parameterstudie erfolgte auch eine Gegenüberstellung mit den Werten für die Stahlzylinder, die hier mit ST abgekürzt werden. Zur Vergleichbarkeit entspricht dabei die Dicke des Stahlzylinders der Summe der Stahlblechdicken des Sandwichzylinders ( $t_{ST} = t_1 + t_{+1}$ ).

Typ	Wanddicke [mm]	$\sigma_{xSi} [\text{N/mm}^2]$		
		EC 3	[7]	FEM
ST S235	0.70	1152	-	1145
ST S460	0.36	615	-	607
SGS S235	0.35/1/0.35	-	3858	3843
SGS S460	0.18/1/0.18	-	3614	3690
SES S235	0.35/1/0.35	-	3479	3183
SES S460	0.18/1/0.18	-	2967	2914

Tabelle 2. Vergleich der idealen Beulspannungen

Table 2. Comparison of ideal buckling stresses

In Tabelle 2 ist zu erkennen, dass die numerischen Ergebnisse für die Stahlzylinder ST S235 und ST S460, die mittels linearer Beulanalysen in ANSYS<sup>®</sup> ermittelt wurden, sehr gute Übereinstimmungen zu den Werten vom EC 3 aufweisen. Die Abweichungen betragen lediglich 1.3 %. Hinsichtlich der beiden Sandwichvarianten SES und SGS sind ebenfalls gute Übereinstimmungen zwischen den Ergebnissen der FE-Berechnungen und der Verbundschalentheorie, die von Vinson in [7] ausführlich erläutert wurde, erzielt worden. Zum Beispiel beträgt für den SES S235 der Unterschied zwischen  $3479$

$\text{N/mm}^2$  und  $3183 \text{ N/mm}^2$  ca. 9.3 %. Diese Differenz ist nicht grundsätzlich als Fehlerabweichung zu bezeichnen, weil sich in Abhängigkeit von den Randbedingungen nicht immer das absolute Minimum ergeben muss. Je nach vorhandenem Beulmuster (hier  $m = 1$ ,  $n = 2$ ) kann sich auch ein relatives Minimum einstellen (s. Bild 3).

Des Weiteren ist ersichtlich, dass wie bei den Stahlzylindern die ideale Beulspannung eines S460-Sandwichzylinders geringer ist als die für den S235. Allerdings ist die Differenz zwischen den Werten deutlich kleiner, was den Einsatz höherfester Stähle begünstigt.

Erstaunlich ist, dass bereits eine theoretisch angenommene Kernschichtdicke von  $t_0 = 1 \text{ mm}$  zu hohen Steigerungen bei der idealen Beulspannung führt. Da jedoch eine Kernschichtdicke von  $1 \text{ mm}$  allein schon wegen Unrundheiten praktisch nicht sinnvoll und hinsichtlich der Injizierbarkeit technisch nicht realisierbar ist, wird der Parameterbereich auf baupraktische Dimensionen, insbesondere für den Turmbau, erweitert. Als Referenz wird dazu eine Stahlurmsektion aus S235 mit  $30 \text{ m}$  Höhe,  $2.75 \text{ m}$  Radius und  $50 \text{ mm}$  Wanddicke zugrunde gelegt. Sowohl am Zylinderfuß als auch am Zylinderkopf wird RB2 (gelenkiger Rand) angenommen. Die Blechdicken für die S460-Varianten werden wie zuvor gemäß dem Streckgrenzenverhältnis abgemindert. Die Kernschichtdicke wird im Rahmen der Parameterstudie zwischen  $t_0 = 0$  bis  $80 \text{ mm}$  variiert (s. Tabelle 3).

Typ	Wanddicken in [mm]	Variation der Kernschichtdicke in [mm]
ST S235	50	-
ST S460	24	
SGS S235	$25/t_0/25$	$t_0$ von 0 bis 80 mm
SGS S460	$12/t_0/12$	
SES S235	$25/t_0/25$	
SES S460	$12/t_0/12$	

Tabelle 3. Parameter für ST, SGS und SES

Table 3. Parameter for ST, SGS and SES

Die Ergebnisse zu den idealen Beulspannungen sind für den S235 in Bild 4 und für den S460 in Bild 5 dargestellt [12]. Sowohl für SES als auch für SGS steigen die Werte an, je größer die Kernschichtdicke ist. Aufgrund des größeren E-Moduls vom Vergussmörtel (Grout) liegt dessen Kurve über der vom Elastomer. In Ergänzung zu den Sandwichzylindern sind auch die Stahlvarianten ST S235 bzw. ST S460 mit eingezeichnet, deren ideale Beulspannungen unabhängig von der Kernschichtdicke sind.

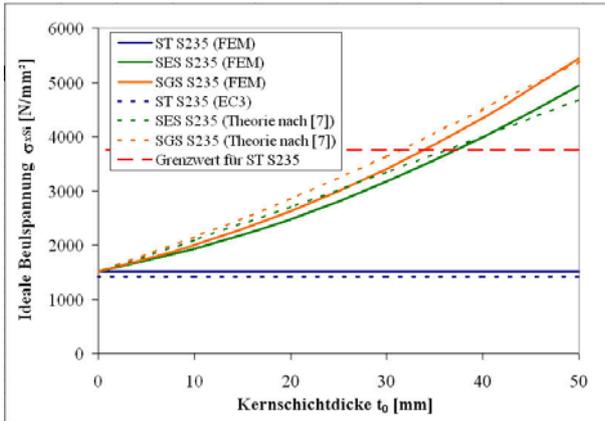


Bild 4. Vergleich der idealen Beulspannungen für S235 in Abhängigkeit von der Kernschichtdicke

Fig. 4. Comparison of ideal buckling stresses for S235 depending on the core thickness

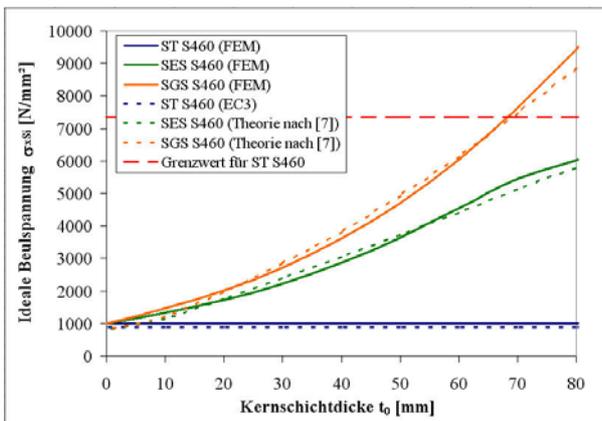


Bild 5. Vergleich der idealen Beulspannungen für S460 in Abhängigkeit von der Kernschichtdicke

Fig. 5. Comparison of ideal buckling stresses for S460 depending on the core thickness

Des Weiteren ist zu erkennen, dass die Kurvenverläufe der FE-Berechnungen sehr gut mit den analytischen Kurven (gestrichelt) übereinstimmen. Aufgrund dessen wird behauptet, dass der Ansatz der klassischen Verbundschalentheorie nach [7] für diese Konstruktionsvarianten Gültigkeit besitzt.

Zusätzlich sind in Bild 4 für ST S235 und in Bild 5 für ST S460 die Grenzwerte eingezeichnet, die für Axialdruck nach DIN 18800 Teil 4 gerade keine Abminderung der Streckgrenze mehr erfordern würden. Dafür ist der Abminderungsfaktor  $\kappa_2$  (sehr imperfektionsanfällig) zu verwenden, der den Wert 1.0 annimmt, wenn der bezogene Schlankheitsgrad  $\lambda_{Sx} \leq 0.25$  ist [2]. Die Grenzwerte  $\sigma_{xSi,grenz}$  ergeben sich nach Umstellung der Gl. 17 für den bezogenen Schlankheitsgrad zu Gl. 18 wie folgt:

$$\bar{\lambda}_{Sx} = \sqrt{\frac{f_{y,k}}{\sigma_{xSi}}} = 0.25 \quad \text{für } \kappa_2 = 1.0 \quad (17)$$

$$\sigma_{xSi,grenz} = \frac{f_{y,k}}{\bar{\lambda}_{Sx}^2} = \frac{f_{y,k}}{0.25^2} = 16 \cdot f_{y,k} \quad (18)$$

Mit Gl. 18 werden somit die Grenzwerte der idealen Beulspannung zu 3760 N/mm<sup>2</sup> für den S235 und 7360 N/mm<sup>2</sup> für den S460 ermittelt (s. Bild 4 und 5). Da stählerne Kreiszyklinderschalen in der Regel elastisch bemessen werden, ist eine Steigerung der idealen Beulspannung über diese Werte hinaus nicht sinnvoll bzw. nicht wirtschaftlich.

Im Hinblick auf die Sandwichzylinder kann damit eine erste Optimierung der Kernschichtdicke erfolgen, in dem diese auf den Grenzwert abgestimmt wird. In diesem Fall werden die Sandwichvarianten als stählerne Ersatzzylinder angenommen. Zum Beispiel erreicht der SGS S235 bei ca. 30 mm Kernschichtdicke und der SES S235 bei ca. 35 mm den Grenzwert (s. Bild 4). Der Schnittpunkt bei der SES-Variante wird aufgrund der geringeren Steifigkeit des Kernmaterials erst später erreicht. Beim SGS S460 liegt der Schnittpunkt bei ca. 68 mm Kernschichtdicke (s. Bild 5).

Mit diesen optimierten Deck- und Kernschichtdicken können also die Streckgrenzen des inneren und äußeren Stahlrohres der Sandwichzylinder voll ausgenutzt werden. Ein Vergleich der realen Beullasten in Bild 6 zeigt, welche Steigerungsraten dadurch möglich sind. Die Werte  $N_{xS,R,k}$  für die Stahlzylinder sind dabei auf der Grundlage des EC 3 Teil 1-6 ermittelt worden.

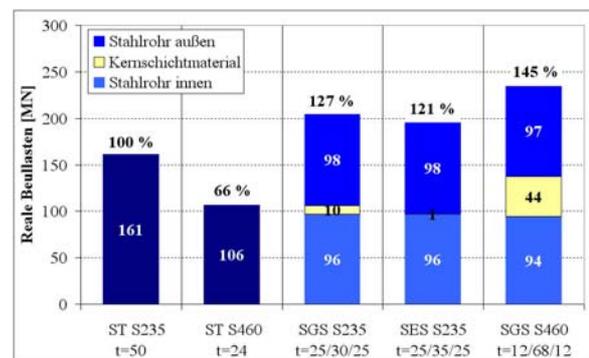


Bild 6. Steigerung der realen Beullasten

Fig. 6. Increase of real buckling loads

Als Referenz wird der ST S235 mit 50 mm Blechdicke zu 100 % Beullast (161 MN) festgelegt. Es wird darauf hingewiesen, dass unter Berücksichtigung der technischen Lieferbedingungen für den unlegierten Baustahl S235 nach EN

10025-2 [14] eine reduzierte Streckgrenze von  $f_{y,k} = 215 \text{ N/mm}^2$  für die Blechdicke von 50 mm anzusetzen ist. Damit ergibt sich speziell für diesen Anwendungsfall ein geringfügiger Vorteil für die Sandwichvarianten mit S235, weil durch die Aufteilung des Stahlanteils auf zwei Bleche zu je 25 mm nur noch eine Reduzierung auf  $f_{y,k} = 225 \text{ N/mm}^2$  erforderlich ist. Dieser Unterschied hat auch Auswirkungen auf den Beulnachweis, weil die Streckgrenze über den bezogenen Schlankheitsgrad mit eingeht (s. Gl. 17). Für die Varianten mit S460 und den vorliegenden Blechdicken ist nach EN 10137-2 [15] sogar keine Abminderung der Streckgrenze zu beachten.

Im Vergleich zum Referenzzylinder beträgt die Beullast vom ST S460 nur 66 %. Für diese Variante ist zwar nur ca. die Hälfte der Blechdicke vom ST S235 erforderlich, jedoch ist der Stahlpreis des S460 ca. doppelt so hoch. Damit ergibt sich in etwa eine kostenneutrale Konstruktionsvariante, aber mit einer deutlich geringeren Tragfähigkeit im Stabilitätsfall (-34 %). Deshalb ist der ST S460 gegenüber dem ST S235 wirtschaftlich nicht konkurrenzfähig und scheidet als Alternativlösung aus.

Im Gegensatz dazu sind mit den Sandwichvarianten deutliche Steigerungsraten möglich. Zum Beispiel ist die Beullast des SES S235 mit rund 195 MN, um 21 % höher als beim ST S235. Mit dem SGS S235 ist sogar eine Laststeigerung auf 127 % möglich, wenn im Rahmen einer statisch elastischen Bemessung unter Axialdruck berücksichtigt wird, dass der Vergussmörtel sich anteilig an der Beullast beteiligt. Dieser Anteil wird zunächst im Verhältnis der Steifigkeiten der verwendeten Werkstoffe angenommen. Eine Abminderung mit Beiwerten für die Dauerhaftigkeit erfolgt in Analogie zur Verbundstützentheorie nach DIN 18800-5 [16]. Allerdings wird angemerkt, dass die Verbundstützentheorie im Ganzen nicht für diesen vorliegenden Konstruktionstyp anwendbar ist, allein schon wegen des Querschnittsparameters [16]. Im Hinblick auf die Wirtschaftlichkeit ist dieser Traganteil der Kernschicht sogar erforderlich, um die zusätzlichen Kosten für das Füllmaterial zu rechtfertigen.

Mit dem SGS S460 könnte dann die Beullast noch weiter bis auf 145 % gesteigert werden, weil bei dem vorab bestimmten Grenzwert ( $\sigma_{xSi, \text{grenz}}$ ) und der dafür erforderlichen Kernschichtdicke von 68 mm die Stahlbleche bis zur Streckgrenze ausgenutzt werden könnten. Diese Sandwichvariante ist deshalb interessant, weil damit gleichzeitig auch eine Gewichtseinspa-

rung von 13 % gegenüber dem Stahlzylinder ST S235 möglich ist (s. Massenbilanz in Bild 7).

#### 4. Massenbilanz

Die Massenbilanz ist auf Grundlage der folgenden Rohdichten aufgestellt worden:

- Stahl:  $\rho_S = 7850 \text{ kg/m}^3$
- Grout:  $\rho_G = 2280 \text{ kg/m}^3$
- Elastomer:  $\rho_E = 1150 \text{ kg/m}^3$

Dabei ist wieder der ST S235 mit 50 mm Blechdicke als Referenz zu 100 % Tonnage festgelegt worden. Der Massenvergleich zeigt zunächst, dass durch den Einsatz des höherfesten Stahls S460 als reiner Stahlzylinder zwar Gewicht eingespart werden kann, aber aufgrund der geringen Tragfähigkeit (s. Bild 6) nicht wirtschaftlich sein kann.

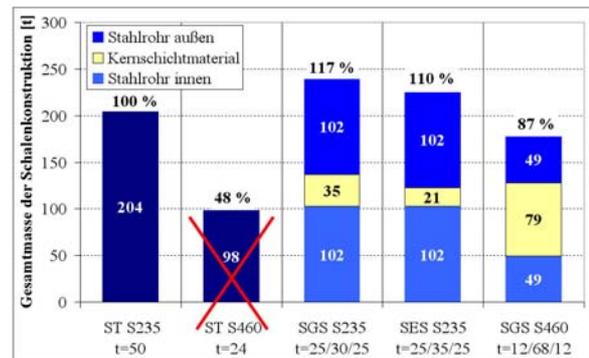


Bild 7. Massenbilanz

Fig. 7. Comparison of tonnage

Bei den Sandwichvarianten SES S235 und SGS S235 müssen für den Gewinn an Tragfähigkeit allerdings höhere Tonnagen in Kauf genommen werden. Jedoch für die Alternativlösung SGS S460 wird der Einsatz höherfester Stähle bei Kreiszyinderschalen hinsichtlich Tragfähigkeit und Gewicht nicht mehr zum Nachteil gegenüber den Baustählen. Im Gegenteil, diese Sandwichvariante wird konkurrenzfähiger im Vergleich zum ST S235 bewertet als der reine Stahlzylinder ST S460. Die in der Motivation formulierte Intention von Bauingenieuren, nämlich Tragfähigkeitsteigerungen von Schalenskonstruktionen bei gleichzeitiger Gewichtseinsparung anzustreben, scheint in diesem Fall möglich zu sein.

Bei der Gegenüberstellung ist aber auch zu beachten, dass höhere Herstellungskosten durch zwei zu fertigende Zylinderschalen entstehen. Die Kosten für das Kernschichtmaterial inklusive dem Injektionsprozess sind ebenfalls in der Bilanz zu berücksichtigen. Im Gegenzug können

sich aber auch bei geschweißten Rohrkonstruktionen deutliche Einsparungen hinsichtlich der Schweißarbeiten ergeben, weil durch die geringeren Blechdicken das Schweißnahtvolumen sinkt. Es besteht je nach Anwendungsfall auch die Möglichkeit, entweder auf vergleichbares Gewicht oder vergleichbare Beullast die Sandwichzylinder zu dimensionieren. Zum Beispiel beträgt das Gewicht eines Sandwichzylinders SGS S460 mit  $t_1/t_0/t_{+1} = 8/60/8$  mm nur 135 t bei einer vorgegebenen Beullast von 161 MN (=100 % vom Referenzzylinder, s. Bild 6). Im Vergleich zum ST S235 mit 204 t ist damit eine Gewichtsreduktion um 34 % möglich. Der Stahlanteil sinkt von 204 t für S235 auf 65 t für S460. Auch wenn der Stahlpreis für S460 doppelt so hoch wäre wie für S235, es bleibt immer noch genügend Einsparpotenzial über, um damit die Kosten für den Vergussmörtel (70 t) abzudecken.

Anhand dieses Vergleichs ist ersichtlich, dass der Sandwichzylinder SGS S460 hinsichtlich der reinen Materialkosten durchaus konkurrenzfähig sein kann. Die Behauptung gilt zunächst nur für rein axial beanspruchte Schalenkonstruktionen. Zu den Fertigungskosten können bislang noch keine Aussagen getroffen werden. Grundsätzlich wird eine Fertigung im Werk bevorzugt. Der Injektionsprozess kann jedoch auch auf der Baustelle bei den vorab aufgestellten und temporär abgestützten Zylinderschalen nach dem Gieß-Steig-Verfahren erfolgen.

Im Vergleich zu einem Hohlzylinder aus Stahlbeton bzw. einem Stahlbetonrohrturm ergibt sich der Vorteil, dass die Deckbleche gleichzeitig als Schalung fungieren. Vorteilhaft wird auch deren Umschürungswirkung auf die Kernschicht bewertet.

Im Unterschied zu üblichen Verbundkonstruktionen liegt hier die Besonderheit vor, dass der Verbund allein über Haftreibung ohne zusätzliche Verbundmittel sichergestellt werden soll. Diese Annahme, dass der Reibungsverbund zwischen den Stahlblechen und der Kernschicht zu jeder Zeit vollflächig gewährleistet ist und bei Belastungen bis zur Streckgrenze intakt bleibt, ist als Bedingung für die Parameterstudie vorausgesetzt worden. Ob diese Annahme gerechtfertigt ist, war Gegenstand einer Versuchsserie am Institut für Stahlbau der Leibniz Universität Hannover [13]. Es wurden dabei Sandwichzylinder auf ihr Beulverhalten unter Axialdruck untersucht. Die experimentellen Ergebnisse dazu werden im zweiten Teil (Experiment) des Gesamtbeitrages erläutert.

## 5. Zusammenfassung und Ausblick

Es wurde die Schalenstabilität von Sandwichzylindern unter Axialdruck untersucht. Die Schalenkonstruktionen bestanden dabei aus einem äußeren und inneren Stahlblech, die mit einem dazwischen liegenden Kernschichtmaterial dauerhaft verbunden waren. Als Füllmaterialien kamen zwei unterschiedliche Vergussmörtel (Grout) und ein Elastomer zum Einsatz. Die Sandwichvarianten wurden dementsprechend in SGS für (Stahl-Grout-Stahl) und SES für (Stahl-Elastomer-Stahl) untergliedert.

Es wurden zunächst die konstitutiven Gleichungen für laminierte Kreiszylinderschalen in Sandwichbauweise erläutert. Die Anwendbarkeit dieser Schalentheorie konnte durch numerische Vergleichsrechnungen in Bezug auf die idealen Beullasten bestätigt werden.

Im Rahmen einer Parameterstudie erfolgte dann ein Vergleich der Stabilität von Sandwich- und Stahlzylindern, für die der Baustahl S235 angenommen wurde. Die Ergebnisse zeigen eine deutliche Steigerung der Schalenstabilität für Sandwichzylinder, wobei die inneren und äußeren Stahlrohre bis zur Streckgrenze beansprucht werden können, wenn eine entsprechende Kernschichtdicke vorliegt. Die ideale Beullast des Verbundquerschnitts kann zusätzlich durch den E-Modul des Kernschichtmaterials beeinflusst bzw. gesteuert werden.

Des Weiteren wurde aufgezeigt, dass ein Stahlzylinder mit S460, dessen Wanddicke entsprechend dem Streckgrenzenverhältnis abgemindert wurde, keine Vorteile gegenüber dem Referenzzylinder mit S235 besitzt. Erst durch den Konstruktionstyp als Sandwichzylinder wird der Einsatz höherfester Stähle wirtschaftlich interessant. Beim SGS S460 kann im Vergleich zum Referenzzylinder ST S235 die reale Beullast auf 145 % gesteigert werden und das bei gleichzeitiger Reduktion der Gesamtmasse auf 87 %.

Bei dieser Gegenüberstellung wurde vorausgesetzt, dass sich die Kernschicht durch ihre Druckfestigkeit mit an der Traglast beteiligt. Des Weiteren lag den Berechnungen die Annahme zugrunde, dass bei einer Belastung bis zur Streckgrenze der Deckbleche die Haftung zur Kernschicht erhalten bleibt.

Beide Voraussetzungen sind somit Zielforderungen für Axialdruckversuche an Sandwichzylindern, deren Ergebnisse im 2. Teil dieses Gesamtbeitrages vorgestellt werden. Sollten die Annahmen gerechtfertigt sein, wäre der Sandwichzylinder in Kombination mit höherfesten Stählen eine technisch sinnvolle Alternative zu stählernen Kreiszylinderschalen.

## Literatur

- [1] Schmidt, H.: Schalenbeulen im Stahlbau, Essener Unikate 23, S.71-85, 2004
- [2] DIN 18800 Teil 4: Stahlbauten - Stabilitätsfälle, Schalenbeulen, NABau im DIN e.V., Beuth-Verlag, 1990
- [3] DASt-Richtlinie 013: Beulsicherheitsnachweise für Schalen, Deutscher Ausschuss für Stahlbau, Stahlbauverlag, 1980
- [4] DIN EN 1993-1-6: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-6: Festigkeit und Stabilität von Schalen, Eurocode 3, Beuth-Verlag, 2007
- [5] Stamm, K.; Witte, H.: Ingenieurbauten, Band 3, Sandwichkonstruktionen, Springer-Verlag, 1974
- [6] Kapania, R. K.: A review on the analysis of laminated shells, J. Pressure Vessel Technology, Vol. 111, S. 88-96, 1989
- [7] Vinson, J. R.: The behavior of shells composed of isotropic and composite materials, University of Delaware, USA, Kluwer Academic Publishers, 1993
- [8] Lam, K. Y.; Loy, C. T.: Influence of boundary conditions for a thin laminated rotating cylindrical shell, Elsevier, Composite Structures 41, S. 215-228, 1998
- [9] Zenkert, D.: An introduction to sandwich construction, Warley, West Midlands, Engineering Materials Advisory Services, Ltd., 1997
- [10] Kennedy, Stephen J.; et. al.: An innovative "no hot work" approach to hull repair on in-service FPSOs using sandwich plate system overlay, Offshore Technology Conference, USA, 2003
- [11] Hühne, C.: Robuster Entwurf beulgefährdeter, unversteifter Kreiszylinderschalen aus Faserverbundwerkstoff, Diss., TU Braunschweig, 2005
- [12] Helfers, B.: Bemessung und Simulation hybrider Turmkonstruktionen für Windenergieanlagen, Masterarbeit, Institut für Stahlbau, Leibniz Universität Hannover, 2007
- [13] Knorr, H. M.: Experimentelle und numerische Untersuchungen zur Schalenstabilität von Sandwichzylindern, Diplomarbeit, Institut für Stahlbau, Leibniz Universität Hannover, 2007
- [14] EN 10025-2: Warmgewalzte Erzeugnisse aus Baustählen, Techn. Lieferbedingungen für unlegierte Baustähle, CEN, 2004
- [15] EN 10137-2: Blech und Breitflachstahl aus Baustählen mit höherer Streckgrenze im vergüteten oder im ausscheidungsgehärteten Zustand, Lieferbedingungen für vergütete Stähle, CEN, 1995
- [16] DIN 18800 Teil 4: Teil 5: Verbundtragwerke aus Stahl und Beton - Bemessung und Konstruktion, NABau im DIN e.V., Beuth-Verlag, 2005

## Autoren:

Prof. Dr.-Ing. Peter Schaumann  
Dipl.-Ing. Christian Keindorf  
Dipl.-Ing. Hergen Michael Knorr  
Leibniz Universität Hannover  
Institut für Stahlbau  
Appelstr. 9A, 30167 Hannover

